TRƯỜNG ĐH KHOA HỌC TỰ NHIÊN HÀ NỘI
KHOA TOÁN - CƠ - TIN HỌC

MÃ ĐỀ: 01

ĐỀ THI GIỮA KỲ – LỜI GIẢI

Nhập môn Trí tuệ nhân tạo – Lớp MAT3508 1 và MAT3508 2

Học kỳ I – Năm học 2026–2027 – Ngày thi: 28/10/2026

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (1 điểm)

(a) (0,5 điểm) Phép thử Turing là gì?

What is the Turing Test?

Lời giải

Phép thử Turing dùng để kiểm tra một máy có thông minh hay không. Một lần thử gồm nhiều lượt, mỗi lượt do một người kiểm tra khác nhau thực hiện. Trong mỗi lượt, người kiểm tra có năm phút để gõ câu hỏi cho một đối tượng ở phía bên kia bức tường (không nhìn thấy được). Đối tượng đó có thể là người hoặc máy, và sau năm phút người kiểm tra phải cho biết đó là người hay máy. Máy vượt qua phép thử nếu ít nhất 30% số người kiểm tra cho rằng nó là người.

(b) (0,5 điểm) Hãy giải thích vì sao phép thử Turing không phù hợp để làm định nghĩa "trí tuệ nhân tạo" trong các ứng dụng thực tiễn.

Explain why the Turing Test is not suitable as a definition of "artificial intelligence" in practical applications.

Lời giải

Một số lý do:

- Phép thử Turing chỉ kiểm tra máy có bị nhầm là người hay không, tức là đo mức độ giống người chứ không đo trí tuệ. Trong ứng dụng thực tiễn, điều cần là máy giải quyết tốt bài toán, không phải giống người. Một chương trình chơi cờ hay một hệ nhận dạng ảnh có thể làm tốt việc của nó, thậm chí tốt hơn con người, nhưng hành xử khác hẳn con người. Vì vậy nó không vượt qua được phép thử dù vẫn là một hệ thông minh. Hơn nữa, chính những điểm máy giỏi hơn người lại khiến nó bị nhận ra là máy, chẳng hạn trả lời ngay và chính xác phép nhân hai số lớn.
- Ngược lại, một chương trình có thể vượt qua phép thử nhờ mẹo hội thoại (lảng tránh câu hỏi, cố tình mắc lỗi giống người) mà không giải được bài toán thực tế nào.
- Kết quả phụ thuộc vào người thẩm vấn nên mang tính chủ quan, khó định lượng và khó lặp lại; nó không cho tiêu chí để thiết kế hay đánh giá một hệ thống AI cụ thể.

Trong ứng dụng, trí tuệ nhân tạo thường được hiểu theo khả năng giải quyết bài toán (ví dụ: tác tử hành động hợp lý để đạt mục tiêu), không theo mức độ giống người.

Câu trả lời diễn đạt khác với lý do khác mà đúng vẫn được điểm tối đa.

Câu 2 (1,5 điểm)

(a) (0,5 điểm) Dạng chuẩn hội (CNF) là gì?

What is conjunctive normal form (CNF)?

Lời giải

Một công thức ở **dạng chuẩn hội (CNF)** khi và chỉ khi nó là hội của các mệnh đề (clause):

$$K_1 \wedge K_2 \wedge \cdots \wedge K_m, \tag{1}$$

trong đó mỗi mệnh đề K_i là tuyển của các literal

$$K_i = L_{i1} \vee L_{i2} \vee \cdots \vee L_{in_i}. \tag{2}$$

Mỗi literal là một biến mệnh đề (positive literal) (ví dụ P, Q, R,...) hoặc phủ định của một biến mệnh đề (negative literal) (ví dụ $\neg P$, $\neg Q$, $\neg R$,...).

(b) (1 điểm) Biến đổi công thức sau về dạng chuẩn hội:

Transform the following formula into conjunctive normal form:

$$(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$$

Lời giải

Biến đổi lần lượt:

1. Khử $\Rightarrow$ bên trong ($A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$). Ta có: $\big(A \wedge (\neg A \vee B)\big) \Rightarrow B$.
2. Khử $\Rightarrow$ bên ngoài. Ta có: $\neg\big(A \wedge (\neg A \vee B)\big) \vee B$.
3. Đưa phủ định vào trong (De Morgan, $\neg\neg A \equiv A$). Ta có: $\neg A \vee (A \wedge \neg B) \vee B$.
4. Phân phối $\vee$ qua $\wedge$. Ta có: $(\neg A \vee A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee B)$.

$$(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B \;\equiv\; (\neg A \vee A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee B)$$

Dạng chuẩn hội không là duy nhất. Câu trả lời đúng về logic khi khử đều được full điểm.

Câu 3 (1,5 điểm)

(a) (0,5 điểm) Phép hợp nhất tổng quát nhất (most general unifier – MGU) là gì?

What is a most general unifier (MGU)?

Lời giải

Một phép thế σ cho các biến làm cho hai literal trở nên giống hệt nhau gọi là một **phép hợp nhất (unifier)**; khi đó hai literal được gọi là hợp nhất được. Một phép hợp nhất được gọi là **phép hợp nhất tổng quát nhất (MGU)** nếu mọi phép hợp nhất khác đều nhận được từ nó bằng cách thế thêm các biến.

(b) (1 điểm) Hợp nhất (nếu có thể) hai biểu thức sau, trong đó x là biến. Trình bày từng bước thuật toán hợp nhất, cho biết MGU và các biểu thức thu được sau khi hợp nhất.

Unify (if possible) the following expressions, where x is a variable. Show each step of the unification algorithm, and give the MGU and the resulting expressions.

$$x < 2 \cdot x, \qquad 3 < 6$$

Lời giải

Áp dụng thuật toán hợp nhất cho

$$W = \{x < 2 \cdot x,\ 3 < 6\}.$$

$k = 0$: $W_0 = W$, $\sigma_0 = \epsilon$ (trong đó ϵ là phép thế rỗng).

Tập sai khác (disagreement set) là $D_0 = \{x, 3\}$. Vì x là biến và không xuất hiện trong 3, dùng phép thế $\sigma_1 = \{x/3\}$ (thế x bằng 3). Thay vào W ta có

$$W_1 = \{3 < 2 \cdot 3,\ 3 < 6\}.$$

$k = 1$: tập sai khác là $D_1 = \{2 \cdot 3, 6\}$. Thuật toán dừng lại vì không còn biến để thực hiện phép thế và hai hạng thức cũng không đồng nhất. Kết luận là không thể hợp nhất được.

Không hợp nhất được, nên không có MGU.

Câu 4 (2 điểm)

Thư ký của Trường Trung học Albert Einstein cần lập kế hoạch phân phòng cho kỳ thi cuối kỳ. Có bốn giáo viên Mayer, Hoover, Miller và Smith phụ trách bốn môn thi: Tiếng Đức (German), Tiếng Anh (English), Toán (Math) và Vật lý (Physics). Các phòng thi được đánh số từ 1 đến 4. Mỗi giáo viên coi thi đúng một môn tại đúng một phòng. Các môn thi được tổ chức ở các phòng khác nhau.

The secretary of Albert Einstein High School has to allocate rooms for final exams. Four teachers, Mayer, Hoover, Miller, and Smith, are responsible for four subjects: German, English, Math, and Physics. The rooms are numbered from 1 to 4. Each teacher gives a test for exactly one subject in exactly one room, and the subjects are tested in different rooms.

Các thông tin bổ sung được cho như sau:

The following additional information is given:

1. Ông Mayer không coi thi tại phòng số 4.
   Mr. Mayer does not test in room 4.
2. Ông Miller phụ trách môn Tiếng Đức.
   Mr. Miller tests German.
3. Ông Smith và ông Miller không coi thi ở hai phòng liền kề nhau.
   Mr. Smith and Mr. Miller do not give tests in neighboring rooms.
4. Bà Hoover phụ trách môn Toán.
   Mrs. Hoover tests Math.
5. Môn Vật lý được tổ chức tại phòng số 4.
   Physics is tested in room 4.
6. Môn Tiếng Đức không được tổ chức tại phòng số 1.
   German is not tested in room 1.
7. Môn Tiếng Anh không được tổ chức tại phòng số 1.
   English is not tested in room 1.

Cho chương trình GNU Prolog chưa hoàn chỉnh sau, trong đó mỗi biến nhận giá trị là số phòng của giáo viên hoặc môn thi tương ứng:

Consider the following incomplete GNU Prolog program, in which each variable takes as its value the room number of the corresponding teacher or subject:

```
start :-
    fd_domain([Mayer, Hoover, Miller, Smith], 1, 4),
    fd_all_different([Mayer, Hoover, Miller, Smith]),

    fd_domain([German, English, Math, Physics], 1, 4),
    fd_all_different([German, English, Math, Physics]),
```

```
% ===== BEGIN: Complete the constraints below =====
% (1) Mayer not in room 4
% (2) Miller tests German
% (3) Distance Miller/Smith >= 2
% (4) Hoover tests mathematics
% (5) Physics in room 4
% (6) German not in room 1
% (7) English not in room 1
% ===== END: Constraints =====

fd_labeling([Mayer, Hoover, Miller, Smith]),

nl,
write([Mayer, Hoover, Miller, Smith]), nl,
write([German, English, Math, Physics]), nl.
```

(a) (1 điểm) Hãy hoàn thiện chương trình: tại mỗi vị trí có chú thích (1)–(7), viết một ràng buộc GNU Prolog biểu diễn điều kiện tương ứng. Bài làm chỉ cần ghi các ràng buộc này.

Complete the program: at each position marked by a comment (1)–(7), write one GNU Prolog constraint expressing the corresponding condition. In your answer, write only these constraints.

Lời giải

Mỗi biến nhận giá trị là số phòng của giáo viên hoặc của môn thi tương ứng. Giáo viên coi thi môn nào thì giáo viên và môn đó ở cùng một phòng, nên "phụ trách môn" được viết thành phép bằng giữa hai biến.

```
Mayer #\= 4,                % (1)
Miller #= German,           % (2)
dist(Miller, Smith) #>= 2,  % (3)
Hoover #= Math,             % (4)
Physics #= 4,               % (5)
German #\= 1,               % (6)
English #\= 1,              % (7)
```

Điều kiện (3) cũng có thể viết theo các cách tương đương, ví dụ:

```
Miller - Smith #>= 2 #\/ Smith - Miller #>= 2,
Miller #\= Smith + 1, Smith #\= Miller + 1,
```

(cách thứ hai đủ vì `fd_all_different` đã buộc hai giáo viên ở hai phòng khác nhau).

(b) (0,5 điểm) Sau khi hoàn chỉnh chương trình ở ý (a) và nạp vào GNU Prolog, cần nhập truy vấn nào để chạy chương trình?

After completing the program in part (a) and loading it into GNU Prolog, what query should be entered to run the program?

Lời giải

Nhập truy vấn `start.` (có dấu chấm cuối).

(c) (0,5 điểm) Giả sử chương trình sau khi chạy cho kết quả:

Suppose the program produces the following output:

```
[3,1,2,4]
[2,3,1,4]
```

Từ kết quả trên, hãy lập bảng cho biết mỗi giáo viên coi thi môn nào và ở phòng số mấy (bảng gồm ba cột: Giáo viên, Môn thi, Phòng).

From this output, make a table showing, for each teacher, the subject tested and the room number (three columns: Teacher, Subject, Room).

Lời giải

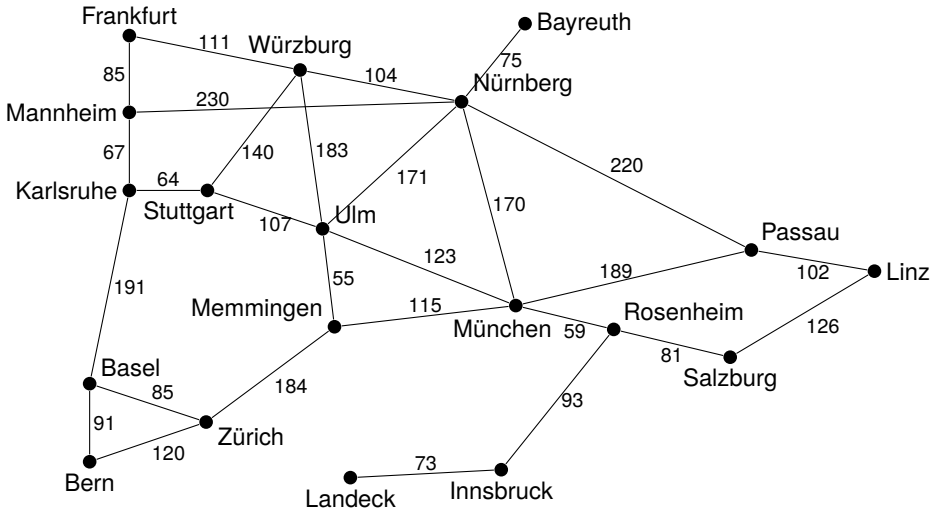
Danh sách thứ nhất là số phòng của Mayer, Hoover, Miller, Smith; danh sách thứ hai là số phòng của các môn Tiếng Đức, Tiếng Anh, Toán, Vật lý (theo thứ tự trong hai lệnh `write`). Giáo viên và môn thi ở cùng phòng thì giáo viên đó coi thi môn đó.

Giáo viên	Môn thi	Phòng
Mayer	Tiếng Anh	3
Hoover	Toán	1
Miller	Tiếng Đức	2
Smith	Vật lý	4

Câu 5 (2 điểm)

Cho đồ thị các thành phố trong Hình 1. Số trên mỗi cạnh là khoảng cách đường bộ (km); bảng bên phải cho khoảng cách đường chim bay từ mỗi thành phố đến Ulm (km).

Consider the city graph in Figure 1. The number on each edge is the road distance (km); the table on the right gives the flying distance from each city to Ulm (km).



Đường chim bay đến Ulm (km)	
Basel	204
Bayreuth	207
Bern	247
Frankfurt	215
Innsbruck	163
Karlsruhe	137
Landeck	143
Linz	318
München	120
Mannheim	164
Memmingen	47
Nürnberg	132
Passau	257
Rosenheim	168
Stuttgart	75
Salzburg	236
Würzburg	153
Zürich	157

Hình 1. Đồ thị các thành phố và khoảng cách đường chim bay đến Ulm.

Mỗi nút n trong quá trình tìm kiếm ứng với một đường đi xuất phát từ Bern; $g(n)$ là độ dài đường bộ của đường đi đó, $h(n)$ là khoảng cách đường chim bay từ thành phố cuối của đường đi đến Ulm (hàm heuristic), và $f(n) = g(n) + h(n)$ là ước lượng độ dài của đường đi ngắn nhất từ Bern đến Ulm đi qua n. Hãy thực hiện thủ công thuật toán A* để tìm đường đi từ Bern đến Ulm (trình bày

bằng cây tìm kiếm hoặc bảng các bước, ghi g, h, f của từng nút), rồi cho biết đường đi tìm được và độ dài của nó. Mỗi thành phố chỉ được xuất hiện một lần trên mỗi đường đi.

Each node n in the search corresponds to a path starting from Bern; $g(n)$ is the road distance of that path, $h(n)$ is the flying distance from the last city of the path to Ulm (the heuristic), and $f(n) = g(n) + h(n)$ is the estimated length of the shortest route from Bern to Ulm through n. Carry out A* search by hand to find a route from Bern to Ulm (present it as a search tree or a table of steps, giving g, h and f for every node), then give the route found and its length. Each city may appear only once per path.

Lời giải

Cách làm. Mỗi nút của cây là một đường đi xuất phát từ Bern, ghi bằng các thành phố trên đường đi (viết tắt: Ber = Bern, Bas = Basel, Zür = Zürich, Kar = Karlsruhe, Mem = Memmingen, Mün = München). Với mỗi nút, tính g là độ dài đường bộ của đường đi (g của nút cha cộng độ dài đoạn đường cuối), h là khoảng cách đường chim bay từ thành phố cuối của đường đi đến Ulm (tra bảng), và $f = g + h$. Danh sách mở chứa các nút đã sinh nhưng chưa được mở rộng, luôn sắp theo f tăng dần. Ở mỗi bước, lấy ra nút đầu danh sách (nút có f nhỏ nhất); nếu nút đó chưa phải Ulm thì sinh các nút con, bỏ qua thành phố đã có trên đường đi, rồi xếp các nút con vào danh sách mở. Thuật toán dừng khi nút được lấy ra là Ulm.

Các bước.

Bước 1. Danh sách mở ban đầu chỉ có nút Ber với $g = 0$, $h = 247$, $f = 247$. Lấy Ber ra. Bern nối với Zürich (120 km) và Basel (91 km), nên sinh hai nút con: Ber–Zür với $g = 0 + 120 = 120$, $h = 157$, $f = 277$ và Ber–Bas với $g = 0 + 91 = 91$, $h = 204$, $f = 295$. Danh sách mở: Ber–Zür (277), Ber–Bas (295). Ber–Zür đứng trước dù Basel gần Bern hơn, vì A* xếp theo $f = g + h$ chứ không theo riêng g: Zürich gần Ulm hơn ($h = 157$ so với 204).

Bước 2. Lấy ra Ber–Zür ($f = 277$). Zürich nối với Bern, Basel và Memmingen; Bern đã có trên đường đi nên bỏ qua. Sinh Ber–Zür–Mem với $g = 120 + 184 = 304$, $h = 47$, $f = 351$ và Ber–Zür–Bas với $g = 120 + 85 = 205$, $h = 204$, $f = 409$. Danh sách mở: Ber–Bas (295), Ber–Zür–Mem (351), Ber–Zür–Bas (409).

Bước 3. Lấy ra Ber–Bas ($f = 295$, nhỏ hơn 351 của Ber–Zür–Mem). A* chuyển sang nhánh Bern–Basel vì thuật toán luôn lấy nút có f nhỏ nhất trong toàn bộ danh sách mở, bất kể nút đó nằm ở nhánh nào. Basel nối với Bern, Zürich và Karlsruhe; bỏ qua Bern. Sinh Ber–Bas–Zür với $g = 91 + 85 = 176$, $h = 157$, $f = 333$ và Ber–Bas–Kar với $g = 91 + 191 = 282$, $h = 137$, $f = 419$. Danh sách mở: Ber–Bas–Zür (333), Ber–Zür–Mem (351), Ber–Zür–Bas (409), Ber–Bas–Kar (419).

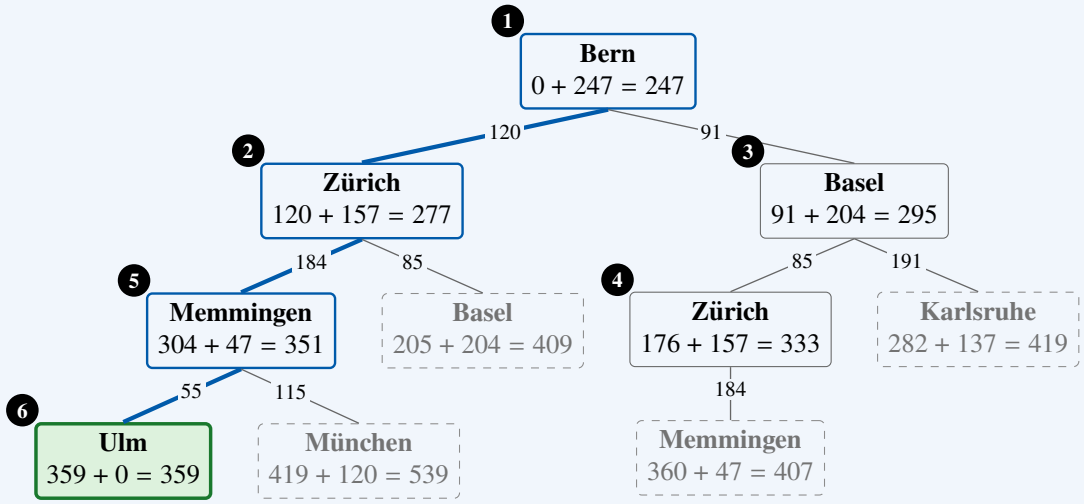
Bước 4. Lấy ra Ber–Bas–Zür ($f = 333$). Zürich nối với Bern, Basel và Memmingen; bỏ qua Bern và Basel. Sinh Ber–Bas–Zür–Mem với $g = 176 + 184 = 360$, $h = 47$, $f = 407$. Danh sách mở: Ber–Zür–Mem (351), Ber–Bas–Zür–Mem (407), Ber–Zür–Bas (409), Ber–Bas–Kar (419). Lúc này Basel, Zürich và Memmingen đều xuất hiện ở hai nút khác nhau của cây. Điều này hợp lệ vì mỗi nút là một đường đi khác nhau; đề chỉ cấm một thành phố lặp lại trên cùng một đường đi.

Bước 5. Lấy ra Ber–Zür–Mem ($f = 351$). Memmingen nối với Zürich, Ulm và München; bỏ qua Zürich. Sinh Ber–Zür–Mem–Ulm với $g = 304 + 55 = 359$, $h = 0$, $f = 359$ và Ber–Zür–Mem–Mün với $g = 304 + 115 = 419$, $h = 120$, $f = 539$. Danh sách mở: Ber–Zür–Mem–Ulm (359), Ber–Bas–Zür–Mem (407), Ber–Zür–Bas (409),

Ber–Bas–Kar (419), Ber–Zür–Mem–Mün (539). Ulm đã được sinh ra nhưng thuật toán chưa dừng, vì A* chỉ dừng khi nút đích được *lấy ra* khỏi danh sách mở.

Bước 6. Lấy ra Ber–Zür–Mem–Ulm ($f = 359$). Đây là Ulm nên thuật toán dừng.

Cây tìm kiếm và bảng dưới đây trình bày lại các bước trên.



Cây tìm kiếm A*. Mỗi nút ghi $g + h = f$; số trên cạnh là độ dài đường bộ. Vòng tròn đen: thứ tự nút được lấy ra khỏi danh sách mở. Nét đứt: nút đã sinh nhưng vẫn còn trong danh sách mở khi thuật toán dừng. Xanh dương: đường đi tìm được; xanh lá: nút đích.

Bước	Nút lấy ra khỏi danh sách mở	Nút con	g	h	$f = g + h$
1	Ber ($f = 247$)	Zürich	0 + 120 = 120	157	277
		Basel	0 + 91 = 91	204	295
	⇒ *Danh sách mở:* **Ber–Zür 277**, Ber–Bas 295				
2	Ber–Zür ($f = 277$)	Memmingen	120 + 184 = 304	47	351
	Bỏ qua Bern (đã có trên đường đi)	Basel	120 + 85 = 205	204	409
	⇒ *Danh sách mở:* **Ber–Bas 295**, Ber–Zür–Mem 351, Ber–Zür–Bas 409				
3	Ber–Bas ($f = 295$)	Zürich	91 + 85 = 176	157	333
	Bỏ qua Bern (đã có trên đường đi)	Karlsruhe	91 + 191 = 282	137	419
	⇒ *Danh sách mở:* **Ber–Bas–Zür 333**, Ber–Zür–Mem 351, Ber–Zür–Bas 409, Ber–Bas–Kar 419				
4	Ber–Bas–Zür ($f = 333$)	Memmingen	176 + 184 = 360	47	407
	Bỏ qua Bern, Basel (đã có trên đường đi)				
	⇒ *Danh sách mở:* **Ber–Zür–Mem 351**, Ber–Bas–Zür–Mem 407, Ber–Zür–Bas 409, Ber–Bas–Kar 419				
5	Ber–Zür–Mem ($f = 351$)	Ulm	304 + 55 = 359	0	359
	Bỏ qua Zürich (đã có trên đường đi)	München	304 + 115 = 419	120	539
	⇒ *Danh sách mở:* **Ber–Zür–Mem–Ulm 359**, Ber–Bas–Zür–Mem 407, Ber–Zür–Bas 409, Ber–Bas–Kar 419, Ber–Zür–Mem–Mün 539				
6	Ber–Zür–Mem–Ulm ($f = 359$)	là Ulm ⇒ đã đến đích, dừng			

Các bước thực hiện A*. Viết tắt: Ber = Bern, Bas = Basel, Zür = Zürich, Kar = Karlsruhe, Mem = Memmingen, Mün = München. Phần tử đầu của mỗi danh sách mở (in đậm) có f nhỏ nhất và được lấy ra ở bước kế tiếp.

Đường đi tìm được: Bern $\xrightarrow{120}$ Zürich $\xrightarrow{184}$ Memmingen $\xrightarrow{55}$ Ulm,
độ dài 120 + 184 + 55 = 359 km.

Bài làm chỉ cần có cây tìm kiếm hoặc bảng các bước với các giá trị g, h, f đúng, chọn đúng nút ở mỗi bước (nút có f nhỏ nhất trong danh sách mở) và kết quả đúng (đường đi Bern–Zürich–Memmingen–Ulm, độ dài 359 km) là được điểm tối đa.

Câu 6 (2 điểm)

Người làm vườn nghiệp dư Max muốn phân tích thống kê sản lượng đậu Hà Lan thu hoạch hằng năm. Với mỗi quả đậu hái được, ông đo chiều dài x_i (cm) và khối lượng y_i (g) của quả, rồi chia các quả đậu thành hai lớp: tốt (good) và xấu (bad, quả lép). Dữ liệu đo được (x_i, y_i) như sau:

The gardening hobbyist Max wants to statistically analyze his yearly harvest of peas. For every pea pod he picks he measures its length x_i in centimeters and its weight y_i in grams. He divides the pods into two classes: good and bad (empty pods). The measured data (x_i, y_i) are:

$Class$ = good

x_i	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7
y_i	2	3	3	4	4	5	5	5	6	7

$Class$ = bad

x_i	4	5	6	6	7	8
y_i	2	2	3	3	3	4

(a) (0,5 điểm) Phát biểu công thức Bayes tính $P(A \mid B)$, với $P(B) > 0$.

State Bayes' formula for $P(A \mid B)$, where $P(B) > 0$.

Lời giải

Với $P(B) > 0$:

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)\, P(A)}{P(B)}.$$

(b) (0,5 điểm) Gọi y là khối lượng của một quả đậu. Từ dữ liệu, tính $P(y > 3 \mid Class = \text{good})$ và $P(y \le 3 \mid Class = \text{good})$.

Let y be the weight of a pea pod. From the data, compute $P(y > 3 \mid Class = \text{good})$ and $P(y \le 3 \mid Class = \text{good})$.

Lời giải

Ký hiệu G là sự kiện $Class$ = good. Có 10 quả tốt, trong đó 7 quả có $y > 3$ (các giá trị 4, 4, 5, 5, 5, 6, 7) và 3 quả có $y \le 3$ (2, 3, 3). Ta có

$$P(y > 3 \mid G) = \tfrac{7}{10} = 0{,}7, \qquad P(y \le 3 \mid G) = \tfrac{3}{10} = 0{,}3.$$

(c) (1 điểm) Dùng công thức Bayes và kết quả ý (b), tính $P(Class = \text{good} \mid y > 3)$ và $P(Class = \text{good} \mid y \le 3)$.

Using Bayes' formula and the results of part (b), compute $P(Class = \text{good} \mid y > 3)$ and $P(Class = \text{good} \mid y \le 3)$.

Lời giải

Có 16 quả: 10 quả tốt và 6 quả xấu. Do đó

$$P(G) = \tfrac{10}{16} = \tfrac{5}{8},$$

Trong 16 quả có 8 quả có $y > 3$ (gồm 7 quả tốt và 1 quả xấu). Do đó

$$P(y > 3) = \tfrac{7+1}{16} = \tfrac{1}{2}, \qquad P(y \le 3) = \tfrac{3+5}{16} = \tfrac{1}{2}.$$

Theo công thức Bayes:

$$P(G \mid y > 3) = \frac{P(y > 3 \mid G)\,P(G)}{P(y > 3)} = \frac{0{,}7 \cdot 5/8}{1/2} = \frac{7}{8} = 0{,}875,$$
$$P(G \mid y \le 3) = \frac{P(y \le 3 \mid G)\,P(G)}{P(y \le 3)} = \frac{0{,}3 \cdot 5/8}{1/2} = \frac{3}{8} = 0{,}375.$$

Đếm trực tiếp cũng ra cùng kết quả: trong 8 quả có $y > 3$ có 7 quả tốt; trong 8 quả có $y \le 3$ có 3 quả tốt. Nhưng bài này yêu cầu tính dùng công thức Bayes.

— HẾT —