

Đề kiểm tra Toán rời rạc. Lớp cử nhân tài năng. 2018-2019

Phan Thị Hà Dương - Viện Toán học

Ngày 10 tháng 10 năm 2018

1. (3đ) Chứng minh các đẳng thức tổ hợp sau

(a)

$$\sum_{k=0}^n C_n^k 2^{n-k} = 3^n.$$

(b)

$$\sum_{k=0}^n C_n^k C_{2n-k}^n = \sum_{k=0}^n (C_n^k)^2 2^{n-k}.$$

2. (a) (1đ) Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 16.$$

(b) (2đ) Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình trên với thêm điều kiện $x_i \leq 5$ với $1 \leq i \leq 7$.

3. (3đ) Có một số cặp vợ chồng tham gia dạ hội, và họ ghép tất cả mọi người vào các đôi nhảy nam- nữ (hai vợ chồng không nhất thiết phải ghép thành một đôi). Sau bài nhảy họ ngồi vào các bàn tròn dự tiệc với mong muốn hai vợ chồng ngồi cạnh nhau và hai người cùng đôi nhảy cũng ngồi cạnh nhau. Hỏi có thể xếp họ vào các bàn như vậy được không?

4. (4đ) Bạn Tài có các quả bóng xanh đỏ tím vàng mỗi loại có 100 quả (coi bóng cùng màu là như nhau). Bạn Thường muốn chọn 50 quả bóng để trang trí phòng học nhân dịp khai giảng. Nhưng bạn Tài ra điều kiện số bóng xanh là số chẵn, số bóng đỏ là bội số của 5, số bóng tím không vượt quá 4 và có cùng lắm một quả bóng vàng. Hỏi bạn Thường thông minh có bao nhiêu cách chọn bóng?