

- Trình bày lời giải vào các khoảng trống sau đề bài. Sử dụng mặt sau nếu thiếu khoảng trống.
- Không trao đổi, bàn bạc khi làm bài. **Các bài làm giống nhau, dù chỉ một phần, sẽ bị chia đều điểm số, bất kể có phát hiện việc gian lận hay không.**
- Điểm bài kiểm tra này chiếm 20% tổng số điểm của môn học.

Họ và Tên: _____

Mã Sinh Viên: _____ Lớp: _____

Câu:	1	2	3	4	Tổng
Điểm tối đa:	2	4	2	2	10
Điểm:					

1. Một *xâu nhị phân* độ dài n là một chuỗi $x_1x_2 \dots x_n$ với $x_i \in \{0, 1\}$ và $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.
- (a) ($\frac{1}{2}$ điểm) Có bao nhiêu *xâu nhị phân* độ dài 10 bắt đầu và kết thúc bởi 1?
 - (b) (1 điểm) Có bao nhiêu *xâu nhị phân* độ dài 10 bắt đầu bằng 000 *hoặc* kết thúc bằng 00?
 - (c) ($\frac{1}{2}$ điểm) Có bao nhiêu *xâu nhị phân* độ dài 10 có chứa 00000 *hoặc* 1111?

2. Số Stirling loại hai $S(m, n)$ ($m \geq n$) là số cách phân hoạch một tập hợp gồm m phần tử thành n tập con khác rỗng. Bài tập sau mô tả một cách đếm số toàn ánh từ một tập $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ tới một tập $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ ($m \geq n$) sử dụng nguyên lý bù trừ, và từ đó suy ra công thức tính $S(m, n)$.
- (a) (1 điểm) Gọi P là tập tất cả các hàm từ A đến B . Tìm $|P|$ theo m và n .
- (b) (1 điểm) Gọi P_i ($i \in \{1, 2, \dots, n\}$) là tập các hàm từ A đến B có tập giá trị *không* chứa $b_i \in B$. Gọi I là một tập con gồm k phần tử của tập $\{1, 2, \dots, n\}$ ($2 \leq k \leq n$). Tìm $|\bigcap_{i \in I} P_i|$ theo m, n , và k .
- (c) (1 điểm) Từ (a) và (b), sử dụng nguyên lý bù trừ, tính số toàn ánh từ A sang B .
- (d) (1 điểm) Chứng minh rằng số toàn ánh từ A sang B là $n!S(m, n)$ với $S(m, n)$ là số Stirling loại hai định nghĩa như trên. Từ đó suy ra công thức tính $S(m, n)$.

3. Giải các quan hệ truy hồi sau.

(a) (1 điểm) $a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ với $n \geq 2$, $a_0 = -2$, $a_1 = 2$.

(b) (1 điểm) $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$, với $n \geq 1$, $a_0 = 2$.

4. (2 điểm) Có bao nhiêu nghiệm nguyên của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 21$$

thỏa mãn điều kiện $0 \leq x_1 \leq 3$, $1 \leq x_2 \leq 3$, $x_3 \geq 15$, $x_4 \geq 0$, và $x_5 \geq 0$?