Toán rời rạc	GV: Phan Thị Hà Dương (lý thuyết)

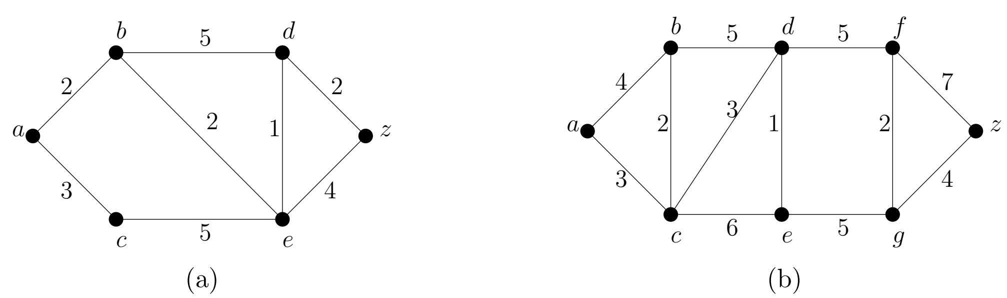
Lý thuyết đồ thị (tiếp)

12/11/2018	GV: Hoàng Anh Đức (bài tập)

Bài 1. Nếu G là một đồ thị đơn thỏa mãn điều kiện $\deg(v) \geq 2$ với mọi đỉnh v của G thì có thể kết luận đồ thị G là liên thông hay không?

Bài 2. Cho $G = (V, E)$ là một đồ thị đơn thỏa mãn $\delta(G) = \min_{v \in V} \deg(v) \geq 2$. Chứng minh rằng G có chứa một đường đi độ dài lớn hơn hoặc bằng $\delta(G)$ và một chu trình độ dài lớn hơn hoặc bằng $\delta(G) + 1$.

Bài 3. (1) Sử dụng thuật toán Dijkstra, tìm độ dài của đường đi ngắn nhất giữa a và z trong các đồ thị ở Hình 1.



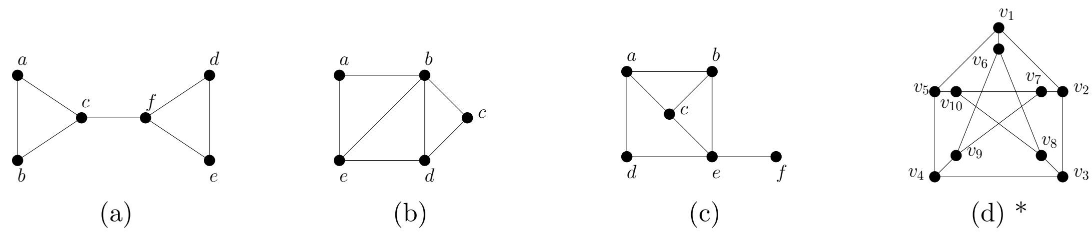
Hình 1: Hình minh họa Bài 1.

(2) Nếu có thêm điều kiện là trọng số của các cạnh có thể nhận giá trị âm thì thuật toán Dijkstra có còn đúng hay không? Nếu đúng, hãy giải thích vì sao? Nếu sai, hãy đưa ra một phản ví dụ.

Bài 4. Kiểm tra xem các đồ thị trong Hình 2 có chu trình Hamilton hay không? Nếu có, hãy chỉ ra một chu trình Hamilton trong đồ thị. Nếu không, hãy giải thích vì sao đồ thị không có chu trình Hamilton.

Gợi ý: Ở câu (d), nếu đồ thị đã cho (chú ý rằng đồ thị này chính là đồ thị Petersen mà ta đã gặp ở một số bài tập trong các tuần trước) có chu trình Hamilton C thì nó phải có 5 cung nối các cặp đỉnh khác nhau của C. Thêm vào đó, đồ thị này không thể chứa chu trình đơn độ dài 3 hoặc 4 (Vì sao?).

Bài 5. (a) Chứng minh rằng *Thuật toán Floyd* (xem Thuật toán 1) có thể sử dụng để tìm độ dài của đường đi ngắn nhất giữa tất cả các cặp đỉnh của một đồ thị đơn liên thông có trọng số.



Hình 2: Hình minh họa Bài 2.

(b) Sử dụng thuật toán Floyd để tìm độ dài của đường đi ngắn nhất giữa tất cả các cặp đỉnh của đồ thị ở Hình 1(a).

Thuật toán 1 Thuật toán Floyd

Input: Đồ thị đơn liên thông G với các đỉnh $v_1, v_2, \ldots, v_n$ và các trọng số $w(v_i, v_j)$ với $w(v_i, v_j) = \infty$ nếu $v_i v_j$ không phải là một cạnh của đồ thị G.

Output: Độ dài $d(v_i, v_j)$ của một đường đi ngắn nhất giữa hai đỉnh v_i, v_j với $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq n$.

for $i := 1$ to n **do**
    for $j := 1$ to n **do**
        $d(v_i, v_j) := w(v_i, v_j)$
    end for
end for
for $i := 1$ to n **do**
    for $j := 1$ to n **do**
        for $k := 1$ to n **do**
            if $d(v_j, v_i) + d(v_i, v_k) < d(v_j, v_k)$ **then**
                $d(v_j, v_k) := d(v_j, v_i) + d(v_i, v_k)$
            end if
        end for
    end for
end for
return $d(v_i, v_j)$ với $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq n$.