

- Chọn 2 trong 3 câu. Nếu làm cả 3 câu thì sẽ tính 2 câu điểm cao nhất
- Trình bày lời giải vào các khoảng trống sau đề bài. Sử dụng mặt sau nếu thiếu khoảng trống.
- Không sử dụng tài liệu. Không trao đổi, bàn bạc khi làm bài.

Họ và Tên: \_\_\_\_\_

Mã Sinh Viên: \_\_\_\_\_ Lớp: \_\_\_\_\_

Câu:	1	2	3	Tổng
Điểm tối đa:	5	5	5	15
Điểm:				

1. (5 điểm) Với  $p, q$  là các mệnh đề logic, hãy chứng minh  $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$  là một hằng đúng.

**Lời giải:**

**Cách 1.** Lập bảng chân trị

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

Mệnh đề  $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$  luôn nhận giá trị T với mọi giá trị của  $p$  và  $q$ , do đó nó là một hằng đúng.

**Cách 2.** Sử dụng các đẳng thức logic đã biết

$$\begin{aligned}(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p) &\equiv (\neg p \vee q) \vee (\neg q \vee p) && \text{đẳng thức } p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q \\ &\equiv (p \vee \neg p) \vee (q \vee \neg q) && \text{Luật giao hoán, kết hợp} \\ &\equiv \mathbf{T} \vee \mathbf{T} && \text{Luật phủ định} \\ &\equiv \mathbf{T} && \text{Luật nuốt}\end{aligned}$$

2. (5 điểm) Chứng minh rằng các mệnh đề  $\forall x (P(x) \vee Q(x))$  và  $(\forall x P(x)) \vee (\forall x Q(x))$  không tương đương logic, trong đó  $P(x), Q(x)$  là các vị từ xác định trên miền  $\mathcal{D}$  nào đó cho trước.

**Lời giải:** Ví dụ với  $P(x) := “x \text{ là số chẵn}”$  và  $Q(x) := “x \text{ là số lẻ}”$  trong đó  $x \in \mathbb{Z}$  thì  $\forall x (P(x) \vee Q(x)) = \mathbf{T}$  và  $(\forall x P(x)) \vee (\forall x Q(x)) = \mathbf{F}$ .

3. (5 điểm) Chứng minh  $\overline{A \cup B \cup C} = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$  với  $A, B, C$  là các tập hợp bất kỳ.

**Lời giải:**

**Cách 1.** Dùng định nghĩa tập hợp và các tương đương logic đã biết

$$\begin{aligned} \overline{A \cup B \cup C} &= \{x \mid x \in \overline{A \cup B \cup C}\} && \text{định nghĩa tập hợp} \\ &= \{x \mid x \notin A \cup B \cup C\} && \text{định nghĩa phần bù} \\ &= \{x \mid \neg(x \in A \cup B \cup C)\} && \text{định nghĩa } \notin \\ &= \{x \mid \neg((x \in A) \vee (x \in B) \vee (x \in C))\} && \text{định nghĩa } \cup \\ &= \{x \mid \neg(x \in A) \wedge \neg(x \in B) \wedge \neg(x \in C)\} && \text{luật De Morgan} \\ &= \{x \mid (x \notin A) \wedge (x \notin B) \wedge (x \notin C)\} && \text{định nghĩa } \notin \\ &= \{x \mid (x \in \overline{A}) \wedge (x \in \overline{B}) \wedge (x \in \overline{C})\} && \text{định nghĩa phủ của tập hợp} \\ &= \{x \mid x \in \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}\} && \text{định nghĩa } \cap \\ &= \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C} && \text{định nghĩa tập hợp} \end{aligned}$$

**Cách 2.** Sử dụng luật De Morgan và luật kết hợp

$$\begin{aligned} \overline{A \cup B \cup C} &= \overline{(A \cup B) \cup C} && \text{luật kết hợp} \\ &= \overline{A \cup B} \cap \overline{C} && \text{luật De Morgan} \\ &= (\overline{A} \cap \overline{B}) \cap \overline{C} && \text{luật De Morgan} \\ &= \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C} && \text{luật kết hợp} \end{aligned}$$