Nhận xét Bài kiểm tra thường xuyên 2

Toán rời rạc (MAT3500 3, 2022-2023)

Hoàng Anh Đức
BMTH, ĐHKHTN, ĐHQG Hà Nội
hoanganhduc@hus.edu.vn

Ngày 11 tháng 4 năm 2023

- Câu (a)
  - Phần lớn các bạn hiểu cách sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh câu (a). Các bạn nào không rõ thì cần xem lại.
  - Một số bạn chứng minh $P(k+1)$ đúng ở bước quy nạp bằng cách lý luận rằng nếu $k+1$ là hợp số thì có các số nguyên tố $p_1, p_2, \dots, p_m$ sao cho $k+1 = p_1 p_2 \dots p_m$ và suy ra $P(k+1)$ đúng. Tại sao? Nếu các bạn không biết Định lý cơ bản của số học, làm sao các bạn suy ra được điều này? Ở đây, các bạn đã **sử dụng chính Định lý cần chứng minh để chứng minh nó**, do đó lý luận của các bạn không chính xác.
- Câu (b)
  - Một số bạn ở câu (b) xét trường hợp tồn tại $a_i \in \mathbb{Z}$ sao cho $\gcd(p, a_1 a_2 \dots a_n) = 1$. Tại sao? Một điều hiển nhiên là nếu p là ước của $a_1 a_2 \dots a_n$ và p là số nguyên tố thì $\gcd(p, a_1 a_2 \dots a_n) = p$.
  - Một số bạn chứng minh câu (b) như sau. Giả sử p không là ước của bất kỳ số nào trong các số $a_1, a_2, \dots, a_n$. Khi đó các phần tử trong dãy có thể viết dưới dạng

    $$\begin{aligned} a_1 &= p_1 d_1 \\ a_2 &= p_2 d_2 \\ &\dots \\ a_n &= p_n d_n \end{aligned}$$

    trong đó $p_1, p_2, \dots, p_n$ là các số nguyên tố và $d_1, d_2, \dots, d_n$ là các số nguyên dương nào đó. Khi đó,

    $$a_1 a_2 \dots a_n = p_1 p_2 \dots p_n d_1 d_2 \dots d_n.$$

    Do p là ước của tích $a_1 a_2 \dots a_n$, p không là ước của bất kỳ phần tử nào trong $a_1, \dots, a_n$, và p là số nguyên tố, ta có p là ước của $p_1 p_2 \dots p_n$. Kết hợp với p_i $(1 \leq i \leq n)$ là số nguyên tố, ta có $p = p_j$ với j nào đó thuộc $\{1, 2, \dots, n\}$. Do đó, p là ước của một phần tử trong dãy a_n, mâu thuẫn với giả thiết ban đầu. Do đó ta có điều phải chứng minh.

    Chứng minh trên của các bạn nhìn có vẻ đúng nhưng trên thực tế có khá nhiều vấn đề. Các bạn cần rất cẩn thận với các bước suy luận của mình.

    * Tại sao từ p là ước của tích $a_1 a_2 \dots a_n$, p không là ước của bất kỳ phần tử nào trong $a_1, \dots, a_n$, và p là số nguyên tố, các bạn có thể suy ra p là ước của $p_1 p_2 \dots p_n$? Tất nhiên, điều này đúng khi bạn giả sử rằng điều các bạn cần chứng minh là đúng. Nhưng **nếu các bạn không giả sử điều cần chứng minh ở (b) là đúng, vậy thì tại sao suy luận của bạn ở bước này đúng?**

        - ∗ Tương tự như thế, tại sao từ p là số nguyên tố, p là ước của $p_1p_2\dots p_n$, và $p_1, p_2, \dots, p_n$ là các số nguyên tố, các bạn suy ra được p phải là ước của p_j nào đó? **Nếu các bạn không biết điều cần chứng minh ở (b), làm sao các bạn suy ra được điều này?** Các bạn cần chú ý rằng đây cũng là một trường hợp riêng của điều bạn cần chứng minh khi $a_1, a_2, \dots, a_n$ là các số nguyên tố. Các bạn không thể trực tiếp suy ra p là ước của p_j nào đó, mặc dù điều này đúng.

    - Một số bạn lý luận như sau. Giả sử p không là ước của bất kỳ a_i nào với $1 \le i \le n$. Suy ra $a_1a_2\dots a_n$ không chia hết cho p. Đây là mâu thuẫn.

      Các bạn chú ý rằng mệnh đề phản đảo của mệnh đề bạn cần chứng minh là: Nếu p không phải là ước của bất kỳ a_i nào với $1 \le i \le n$ thì p không là ước của $a_1a_2\dots a_n$. Theo lý luận trên, **các bạn sử dụng chính mệnh đề các bạn cần chứng minh để chứng minh nó.** Do đó lý luận của các bạn là không chính xác.

- Câu (c)

    - Phần lớn các bạn bỏ câu này.