

# VNU-HUS MAT3500: Toán rời rạc

## Bài tập Lý thuyết đồ thị I

Hoàng Anh Đức

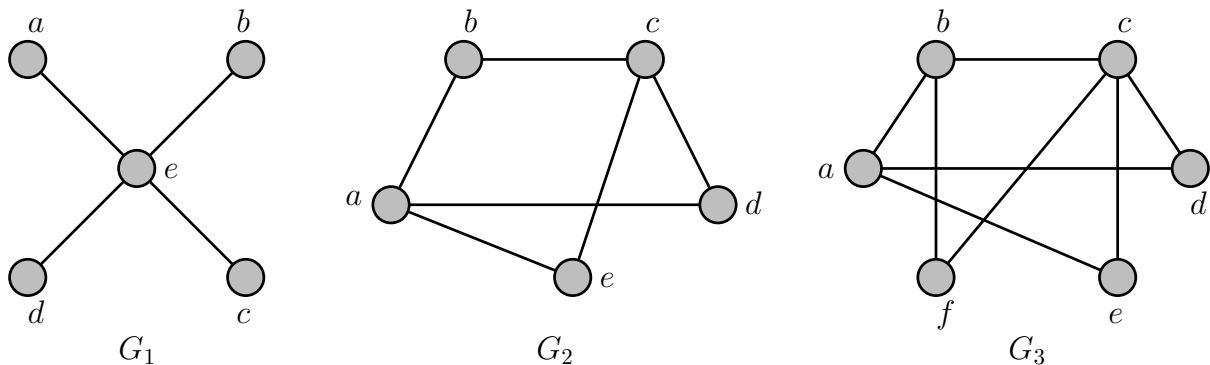
Bộ môn Tin học, Đại học KHTN, ĐHQG Hà Nội  
hoanganhduc@hus.edu.vn

**Bài tập 1.** Vẽ các đồ thị sau

- (a)  $K_7$
- (b)  $C_7$
- (c)  $K_{1,8}$
- (d)  $W_7$
- (e)  $K_{4,4}$
- (f)  $Q_4$

**Bài tập 2.** Chứng minh rằng một đơn đồ thị  $G = (V, E)$  là một đồ thị hai phần khi và chỉ khi tồn tại một hàm  $f : V \rightarrow \{0, 1\}$  thỏa mãn  $f(u) \neq f(v)$  nếu  $u \in N_G(v)$ . Nói cách khác,  $G$  là đồ thị hai phần khi và chỉ khi ta có thể “tô màu” các đỉnh của đồ thị bằng hai “màu” 0 và 1 sao cho hai đỉnh kề nhau luôn có “màu” khác nhau.

Sử dụng phát biểu trên, hãy kiểm tra xem các đồ thị sau có phải đồ thị hai phần hay không



**Bài tập 3.** Các đồ thị sau có bao nhiêu đỉnh và bao nhiêu cạnh?

- (a)  $K_n$
- (b)  $C_n$
- (c)  $W_n$
- (d)  $K_{m,n}$
- (e)  $Q_n$

**Bài tập 4.** Cho  $G$  là một đồ thị với  $n$  đỉnh và  $m$  cạnh. Gọi  $\Delta(G)$  và  $\delta(G)$  lần lượt là bậc lớn nhất và nhỏ nhất của một đỉnh của  $G$ . Chứng minh rằng  $\delta(G) \leq 2m/n \leq \Delta(G)$ .

**Bài tập 5.** Một đồ thị được gọi là *đồ thị chính quy* (regular graph) nếu các đỉnh của đồ thị có cùng bậc. Ta gọi một đồ thị là  $n$ -chính quy nếu nó là đồ thị chính quy trong đó các đỉnh có cùng bậc  $n$ . Với các giá trị nào của  $n$  thì các đồ thị sau là đồ thị chính quy

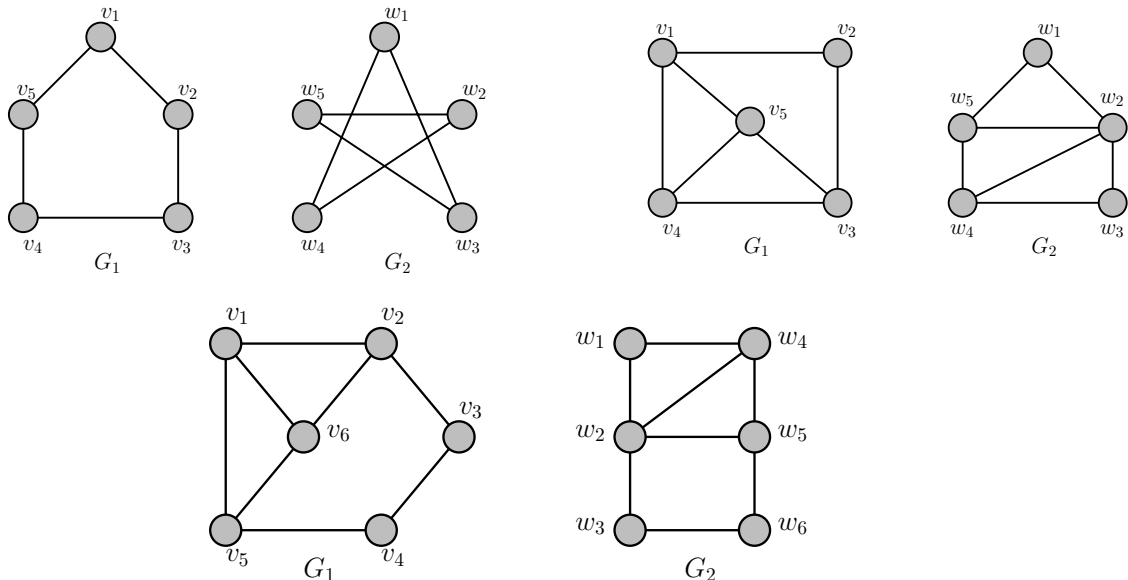
- (a)  $K_n$
- (b)  $C_n$
- (c)  $W_n$
- (d)  $Q_n$

**Bài tập 6.** Chứng minh rằng nếu một đồ thị hai phần  $G = (V_1 \cup V_2, E)$  là đồ thị chính quy thì  $|V_1| = |V_2|$ .

**Bài tập 7.** *Đồ thị bù* (complement graph) của một đồ thị  $G$ , ký hiệu  $\overline{G}$ , là một đồ thị có cùng tập đỉnh với  $G$ . Hai đỉnh trong  $\overline{G}$  là liền kề khi và chỉ khi chúng không liền kề trong  $G$ . Hãy mô tả các đồ thị sau

- (a)  $\overline{K_n}$
- (b)  $\overline{K_{m,n}}$
- (c)  $\overline{C_n}$

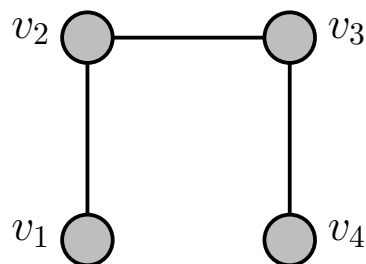
**Bài tập 8.** Các cặp đồ thị sau có đẳng cấu hay không? Vì sao?



**Bài tập 9.** Giả sử  $G$  và  $H$  là các đơn đồ thị thỏa mãn  $G \simeq H$ . Chứng minh rằng  $\overline{G} \simeq \overline{H}$ .

**Bài tập 10.** Một đơn đồ thị  $G$  được gọi là *tự bù* (self-complementary) nếu  $G \simeq \overline{G}$ .

- (a) Chứng minh rằng đồ thị sau là một đồ thị tự bù



- (b) Tìm một đồ thị tự bù có 5 đỉnh.