

VNU-HUS MAT3500: Toán rời rạc

Bài tập Lý thuyết đồ thị II

Hoàng Anh Đức

Bộ môn Tin học, Đại học KHTN, ĐHQG Hà Nội
hoanganhduc@hus.edu.vn

Bài tập 1. Cho $G = (V, E)$ là một đồ thị có hướng. Một đỉnh $w \in V$ được gọi là *hướng tới được* (*reachable*) từ đỉnh $v \in V(G)$ nếu tồn tại một đường đi có hướng từ v đến w . Hai đỉnh v, w là *lẫn nhau hướng tới được* (*mutually reachable*) nếu như w hướng tới được từ v và v hướng tới được từ w .

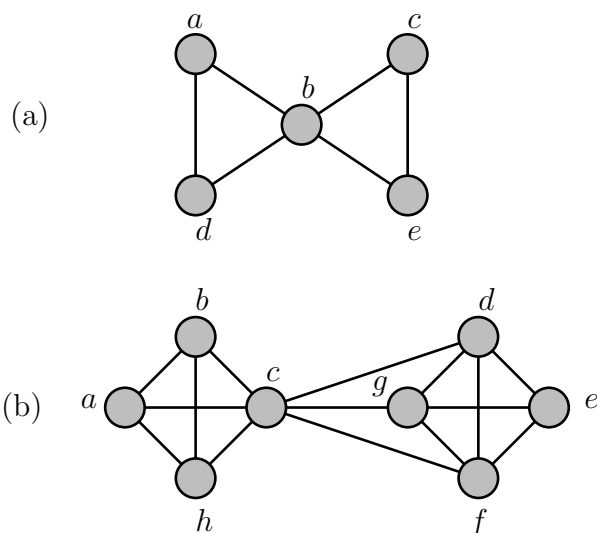
- (a) Chứng minh rằng nếu u, v là lẫn nhau hướng tới được và v, w là lẫn nhau hướng tới được thì u, w là lẫn nhau hướng tới được.
- (b) Sử dụng phần (a), chứng minh rằng nếu H và K lần lượt là các thành phần liên thông mạnh chứa u và v thì $H = K$ hoặc H và K không có đỉnh chung, trong đó u, v là các đỉnh bất kỳ.

Bài tập 2. Chứng minh rằng mỗi đồ thị sau không có đỉnh cắt

- (a) C_n với $n \geq 3$
- (b) W_n với $n \geq 3$
- (c) $K_{m,n}$ với $m \geq 2$ và $n \geq 2$
- (d) Q_n với $n \geq 2$

Bài tập 3. Chứng minh rằng một đồ thị vô hướng liên thông bất kỳ gồm n đỉnh có ít nhất $n - 1$ cạnh.

Bài tập 4. Với mỗi đồ thị trong các trường hợp sau, tìm $\kappa(G), \lambda(G)$, và $\min_{v \in V} \deg(v)$.



Bài tập 5. Tìm số đường đi độ dài n giữa hai đỉnh phân biệt của K_4 với n bằng

- (a) 2
- (b) 3

(c) 4

(d) 5

Bài tập 6. Với những giá trị nào của n thì các đồ thị sau có chu trình Euler?

(a) K_n

(b) C_n

(c) W_n

(d) Q_n

Bài tập 7. Hãy xác định xem các đồ thị sau có chu trình/đường đi Euler hay không? Nếu có, hãy tìm một chu trình/đường đi Euler trong đồ thị đó.

