

ĐỀ TÀI NGHIÊN CỨU: SỐ SUDOKU CỦA MỘT ĐỒ THỊ

Sinh viên: Nguyễn Hoàng Long, K63 Toán học, trường Đại học Khoa học Tự nhiên
Giảng viên hướng dẫn: Hoàng Anh Đức, Bộ môn Tin học, Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc Gia Hà Nội

I. Giới thiệu

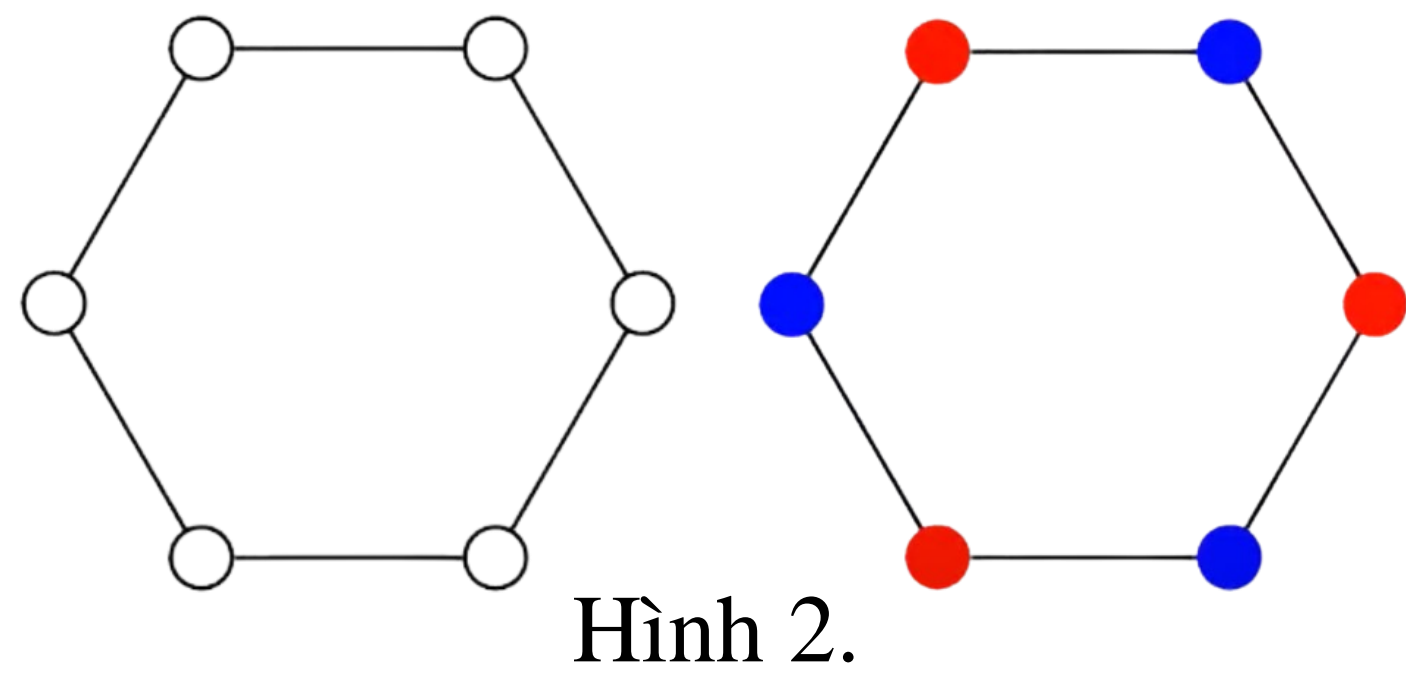
Ở bài nghiên cứu này, chúng tôi nói về sự tô màu một đồ thị cho trước lấy cảm hứng từ câu đố Sudoku. Cho V được biểu diễn bởi 81 ô bao gồm 9 hàng, 9 cột và 9 khối vuông con 3×3 . Gọi G là đồ thị với các đỉnh thuộc V sao cho mỗi hàng, mỗi cột và mỗi khối vuông con tạo thành các đồ thị hoàn chỉnh. Rõ ràng số sắc số của đồ thị thu được bằng 9 và cách giải câu đố Sudoku bằng việc tô màu thích hợp cho các đỉnh cùng với 9 màu. Câu đố Sudoku tương ứng với sự tô màu một đỉnh của đồ thị con của G và sử dụng tối đa 9 màu và sau đó hoàn thiện bằng một cách duy nhất.

II. Phương pháp nghiên cứu

Lý thuyết đồ thị

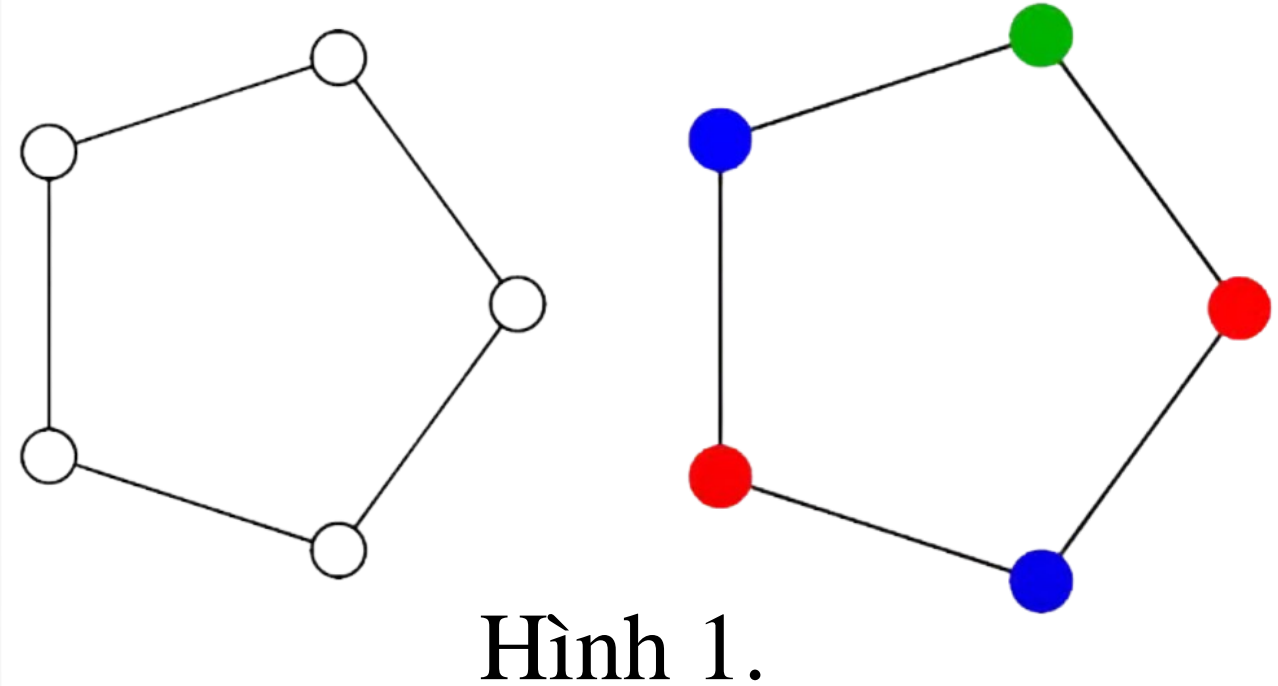
1. Một số đồ thị cơ bản và ứng dụng

Chúng ta phải tô màu đồ thị sao cho các đỉnh nối với nhau không được có chung màu. Số màu ít nhất dùng để tô màu cả đồ thị gọi là **sắc số**.

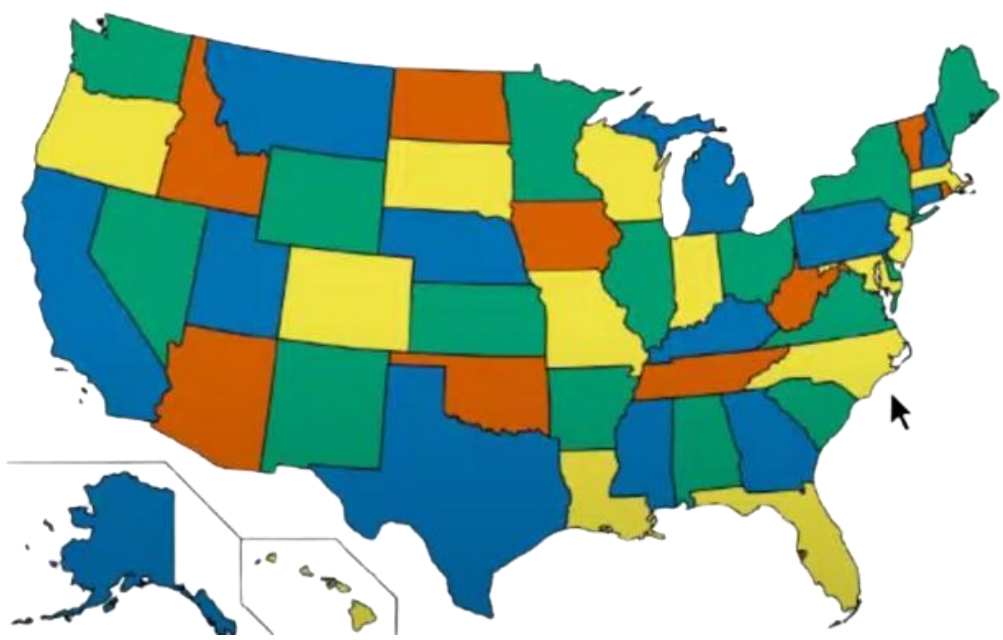


Hình 1. Sắc số của đồ thị bằng 3

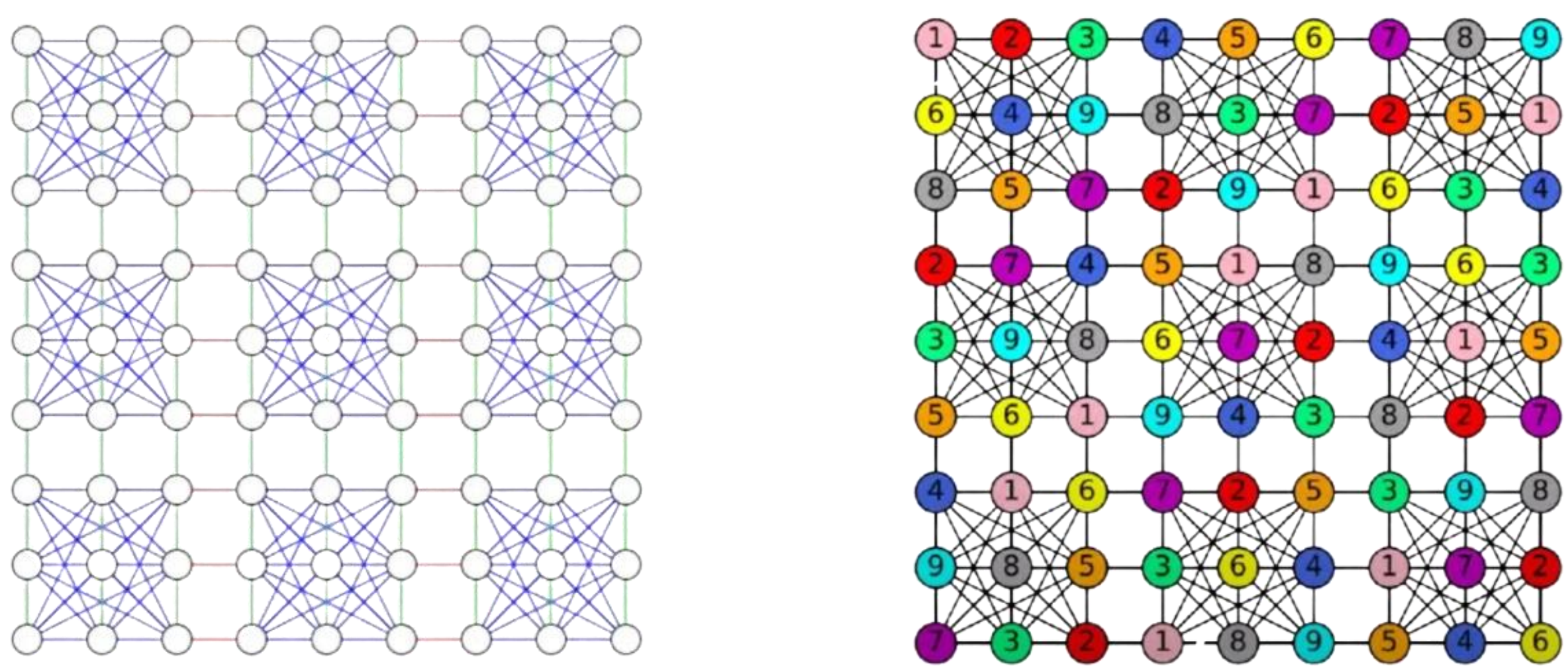
Hình 2. Sắc số của đồ thị bằng 2



Hình 1.



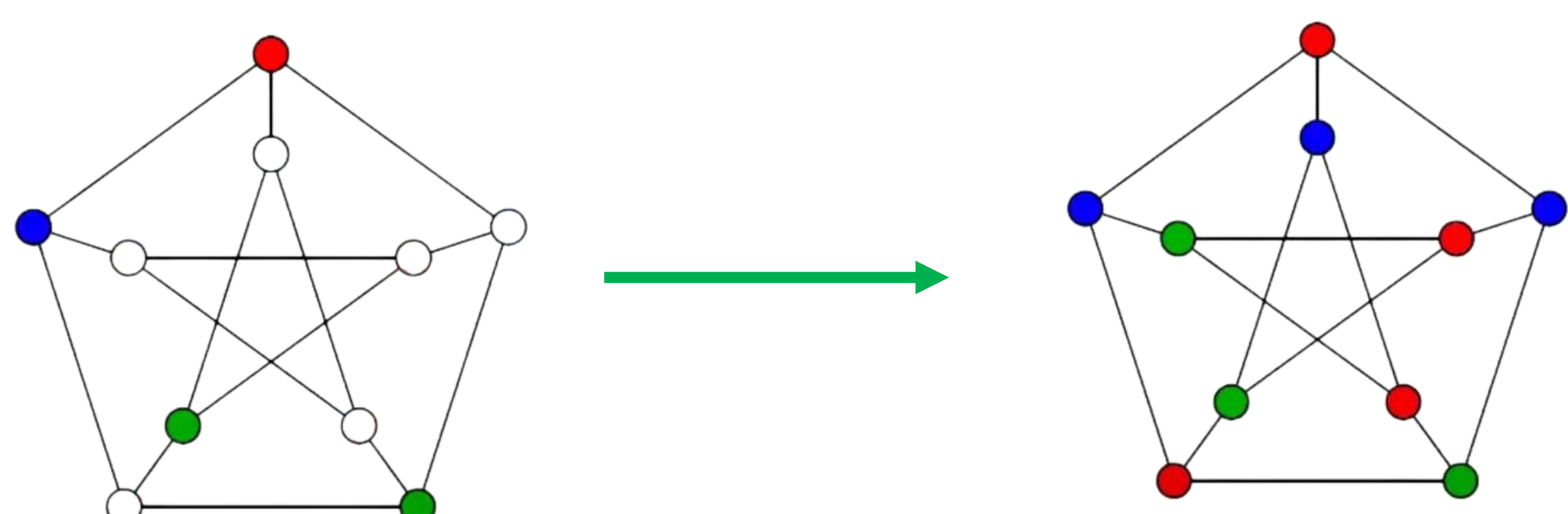
Hình 3. Tô màu bản đồ



Hình 4. Đồ thị Sudoku

2. Tô màu Sudoku

Tô màu theo Sudoku nghĩa là có thể hoàn thiện tô màu hoàn toàn đồ thị dựa theo những dữ kiện cho sẵn và chỉ có 1 cách duy nhất. (Hình 5)

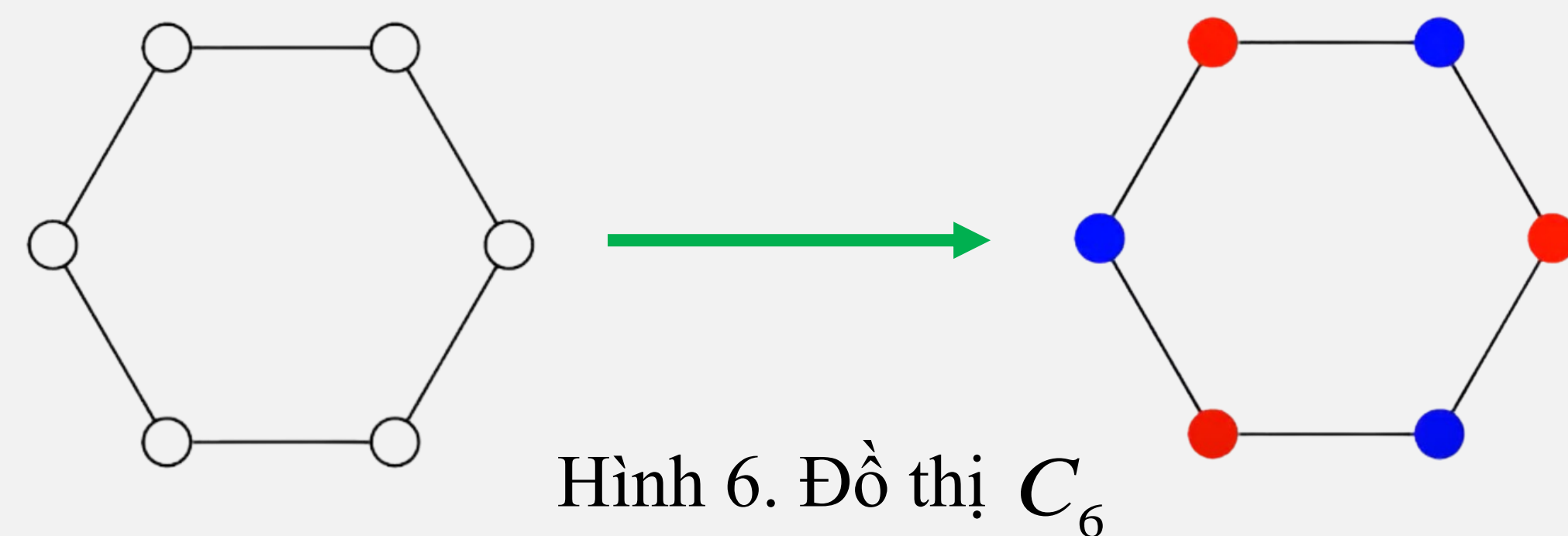


Hình 5. Tô màu Sudoku trong Đồ thị Petersen

Số Sudoku của đồ thị

Giả sử sắc số của đồ thị G là k .

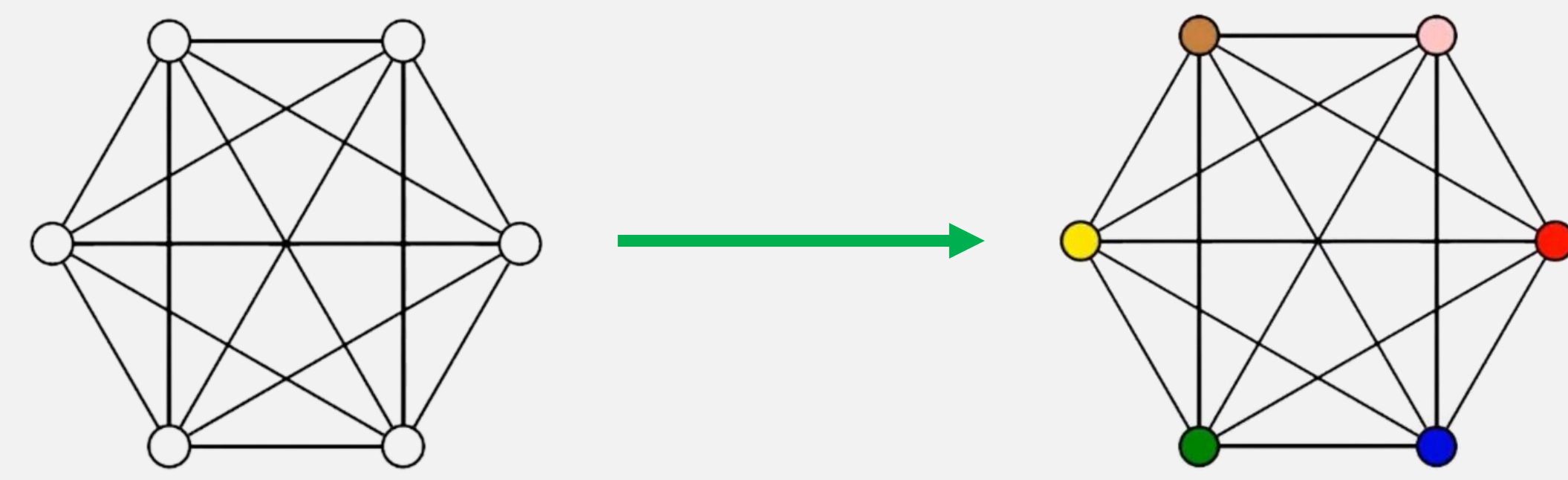
→ Số Sudoku của đồ thị là **số đỉnh nhỏ nhất** được tô bằng tối đa k màu sao cho từ những đỉnh đã được tô màu đó ta có thể tô màu được cả đồ thị bằng k màu theo một cách duy nhất.



Hình 6. Đồ thị C_6

Hình 6. Số Sudoku bằng 1 (chỉ cần tô 1 đỉnh ta có thể tô những đỉnh còn lại).

Mọi đồ thị có số Sudoku bằng 1 nếu và chỉ nếu đồ thị đó có sắc số bằng 2.

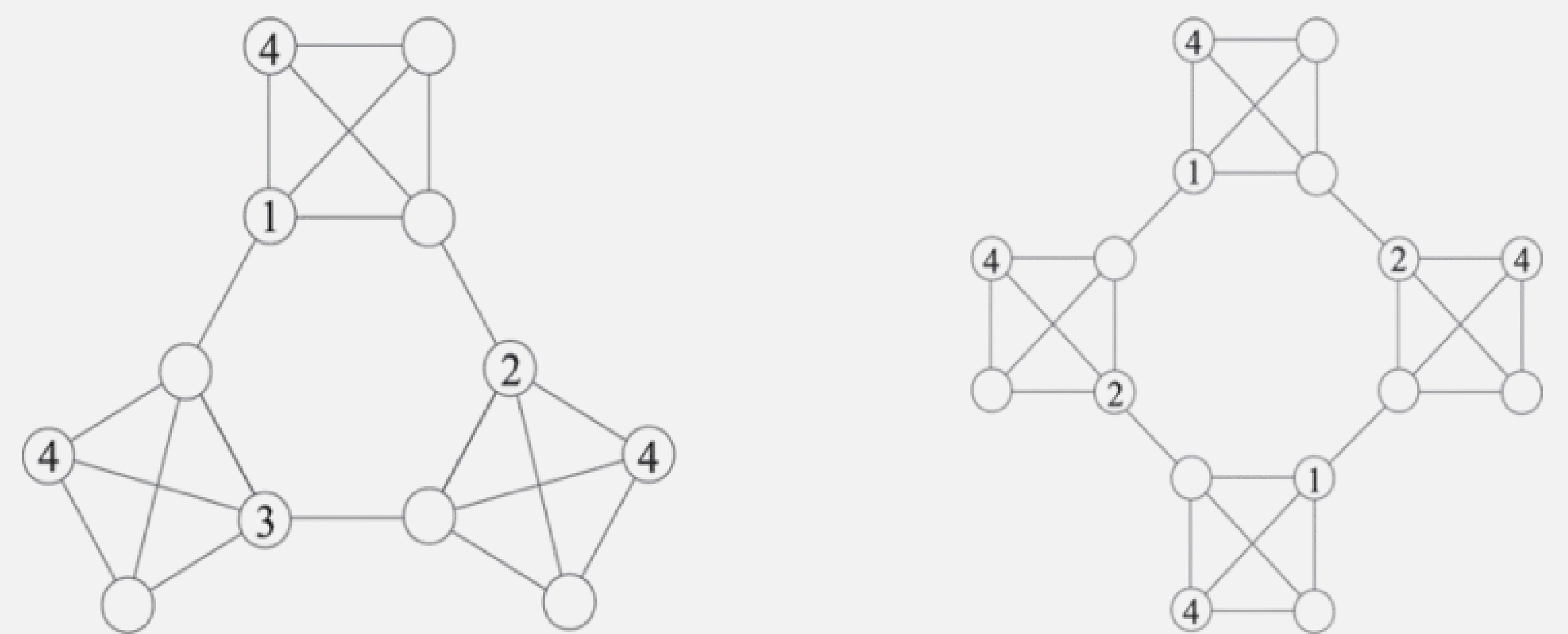


Hình 7. Đồ thị hoàn chỉnh

Hình 7. Số Sudoku bằng 5.

Đồ thị hoàn chỉnh có n đỉnh có số Sudoku bằng $n - 1$.

3. Một số đồ thị khác



III. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

1. Tiếp tục tìm hiểu về số Sudoku cho các lớp đồ thị khác.

2. Tìm cách để tạo ra một đồ thị Sudoku dễ hoặc khó.

3. Tìm hiểu về độ "khó" của bài toán mở rộng cách tô màu trong một đồ thị.

IV. TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Maria Jeyaseeli, G. C. Lau, W. C. Shiu & Arumugam (2023), Sudoku number of graphs, AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics, Volume 20, Issue 2, Pages: 209-216, <https://doi.org/10.1080/09728600.2023.2218917>
- James Tuite, Playing Sudoku on Graphs, The Open University's Faculty, Scotland, 2022, <https://www.youtube.com/watch?v=c9xrfEw5bUY&list=LL&index=2>