

# VNU-HUS MAT3500: Toán rời rạc

## Bài tập Thuật toán I

Hoàng Anh Đức

Bộ môn Tin học, Đại học KHTN, ĐHQG Hà Nội  
hoanganhduc@hus.edu.vn

**Bài tập 1.** Thiết kế thuật toán để tính tổng của tất cả các số hạng trong một dãy số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  cho trước. Chứng minh thuật toán bạn thiết kế là đúng.

**Bài tập 2.** Cho trước một dãy không giảm các số nguyên  $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n$ . Hãy thiết kế một thuật toán để tìm các số xuất hiện nhiều hơn một lần trong dãy.

**Bài tập 3.** Một chuỗi ký tự được gọi là *chuỗi đối xứng (palindrome)* khi viết từ trái qua phải và viết từ phải qua trái thì chuỗi không thay đổi. Một ví dụ là chuỗi **madam**. Hãy thiết kế thuật toán để kiểm tra xem một chuỗi ký tự có phải là chuỗi đối xứng hay không.

**Bài tập 4.** Hãy thiết kế một thuật toán để hoán đổi các giá trị của các biến  $x$  và  $y$  chỉ sử dụng các phép gán giá trị.

**Bài tập 5.** Cho  $f : A \rightarrow B$  là một hàm với các tập  $A, B$  là các tập con hữu hạn của  $\mathbb{Z}$ . Hãy thiết kế một thuật toán để kiểm tra xem

- (a) liệu  $f$  có là đơn ánh;
- (b) liệu  $f$  có là toàn ánh.

**Bài tập 6.** Sử dụng sắp xếp nổi bọt để sắp xếp các phần tử trong dãy 6, 2, 3, 1, 5, 4. Hãy viết cụ thể các dãy nhận được ở từng bước của thuật toán. Làm tương tự với sắp xếp chèn.

**Bài tập 7.** Một thuật toán tính  $x^n$  với  $x \in \mathbb{R}^+$  và  $n \in \mathbb{N}$  được mô tả như sau

---

**Thuật toán 1:** Tính  $x^n$ .

---

**Input:**  $x$ : số thực dương,  $n$ : số tự nhiên

**Output:** Giá trị của  $x^n$

```
1 answer := 1
2 while n > 0 do
3   | answer := answer × x
4   | n := n - 1
5 return answer
```

---

Hãy chứng minh phát biểu sau là một bất biến vòng lặp cho vòng **while**

Ở trước lần lặp thứ  $i$  ( $i \geq 1$ ),  $answer = x^{i-1}$ .

(Chú ý là “lần lặp thứ  $i$ ” khác với “lần lặp  $i$ ”. Khi ta nói “lần lặp  $i$ ”, ta chỉ lần lặp của vòng **while** mà giá trị của  $n$  bằng  $i$ . Khi ta nói “lần lặp thứ  $i$ ”, ta chỉ thứ tự thực hiện của lần lặp đó trong vòng **while**.)

**Bài tập 8.** Chứng minh rằng

- (1)  $x^3$  là  $O(x^4)$  nhưng  $x^4$  không là  $O(x^3)$ .
- (2)  $3x^4 + 1$  là  $O(x^4/2)$  và  $x^4/2$  là  $O(3x^4 + 1)$ .
- (3)  $x \log x$  là  $O(x^2)$  nhưng  $x^2$  không là  $O(x \log x)$ .
- (4)  $2^n$  là  $O(3^n)$  nhưng  $3^n$  không là  $O(2^n)$ .

**Bài tập 9.** Chứng minh rằng nếu  $f(x)$  là  $O(x)$  thì  $f(x)$  cũng là  $O(x^2)$ .

**Bài tập 10.** Hãy giải thích một hàm  $f(x)$  là  $O(1)$  nghĩa là gì. Tương tự với  $\Omega(1)$  và  $\Theta(1)$ .

**Bài tập 11.** Chứng minh rằng với các hàm  $f, g$  từ  $\mathbb{R}$  đến  $\mathbb{R}$ ,  $f$  là  $\Theta(g)$  khi và chỉ khi tồn tại các hằng số dương  $C_1, C_2$ , và  $k$  sao cho  $C_1|g(x)| \leq |f(x)| \leq C_2|g(x)|$  với mọi  $x > k$ .