

3.5 Section efficace différentielle pour la diffusion Rutherford

Pour obtenir la section efficace σ_d relative à la diffusion Rutherford, il suffit de rassembler les résultats des sections 3.3 et 3.4. L'équation (3.37) donne la relation entre angle de déviation et paramètre d'impact, fournissant l'aspect quantitatif d'une évidence : plus la particule passe près du noyau, plus elle est déviée, toutes choses égales par ailleurs. D'un autre côté, d'après la définition (3.46), les particules diffusées entre θ et $\theta + d\theta$ ($d\theta > 0$) sont celles qui sont contenues entre les deux cylindres coaxiaux de rayons²⁴ $b - |db|$ et b , b étant fixé par (3.37) dès que θ est fixé. Compte tenu de ceci et d'après (3.46), il vient :

$$\sigma_d(\theta) = \frac{\mathcal{J}(2\pi b|db|)}{\mathcal{J} d\Omega} = 2\pi b \frac{|db|}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{1}{2 \sin \theta} \left| \frac{d}{d\theta} b^2 \right|. \quad (3.49)$$

À partir de (3.37), on peut écrire :

$$b^2(\theta) = \frac{1}{4E_0^2} \frac{(qQ)^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cot^2 \frac{\theta}{2}; \quad (3.50)$$

un calcul élémentaire à partir de (3.49) donne alors la célèbre formule de Rutherford :

$$\sigma_d(\theta) = \frac{(qQ)^2}{16 (4\pi\epsilon_0)^2 E_0^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (3.51)$$

En introduisant la distance minimum d'approche à paramètre d'impact nul (approche frontale, voir (3.38)), cette formule devient :

$$\sigma_d(\theta) = \frac{d_{\min}^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}}. \quad (3.52)$$

L'expression (3.51) reproduit remarquablement les résultats expérimentaux de Rutherford – à deux détails près (voir ci-dessous). Elle achève donc de valider le modèle mécanique de Perrin²⁵, confirmant de surcroît que c'est bien l'interaction de Coulomb qui est fondamentalement à l'œuvre, produisant une force répulsive responsable de la déviation entre deux charges positives, l'une, q , de valeur $2|e|$, l'autre Q , de valeur $Z|e|$.

L'examen attentif des expériences montre toutefois que la formule de Rutherford (3.51) s'écarte de l'expérience pour les très petits angles de déviation²⁶. Ce désaccord entre théorie et expérience aux petits angles attire d'ailleurs l'attention sur le comportement de la fonction $\sigma_d(\theta)$ pour θ petit, permettant de réaliser l'anomalie suivante : σ_d n'est pas sommable et l'application brutale de (3.47) avec l'expression (3.51) donne $\sigma = +\infty$!

²⁴ $d\theta$ et db ont visiblement des signes contraires.

²⁵ En délaissant toujours la question de l'instabilité électrodynamique.

²⁶ Un autre désaccord apparaît aux très grandes énergies (Remarque p. 72 et chapitre 8).