

# Jacques Hadamard

## Résumé

Jacques Salomon HADAMARD (né le 8 décembre 1865 à Versailles, mort le 17 octobre 1963 à Paris) est un mathématicien français, connu pour ses travaux en théorie des nombres, en analyse complexe, en analyse fonctionnelle, en géométrie différentielle et en théorie des équations aux dérivées partielles.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Biographie</b>	<b>1</b>
1.1	Famille et années de formation . . . . .	1
1.2	Carrière d'universitaire . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Postérité scientifique</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Les matrices de Hadamard</b>	<b>2</b>

## 1 Biographie

### 1.1 Famille et années de formation

Le père de Jacques, Amédée HADAMARD, était professeur d'histoire, de grammaire et de littérature classique au lycée impérial de Versailles, puis au lycée Charlemagne à Paris. Jacques étudia au lycée Charlemagne, où il excellait, sauf — paradoxalement — en mathématiques. En 1875, Amédée devint professeur au lycée Louis-le-Grand où Jacques continua ses études. Il fut reçu premier au concours général en algèbre et en mécanique en 1883. L'année suivante, il entra premier à l'École normale supérieure.

### 1.2 Carrière d'universitaire

En 1889, il enseigna au lycée Saint-Louis puis à partir de 1890 au Lycée Buffon. Il eut comme élève Maurice FRÉCHET et eut des contacts avec Émile BOREL à l'École normale, jusqu'au départ de ce dernier pour la faculté des sciences de Lille en 1893. Il obtint son doctorat en 1892, sous la direction d'Émile PICARD, pour des recherches sur les fonctions définies par séries de Taylor. Il enseigne alors à la faculté des sciences de l'université de Bordeaux en tant que chargé de cours de juillet 1893 à février 1896, puis professeur titulaire. Il retourna ensuite à Paris en tant que maître de conférences (en remplacement de Paul PAINLEVÉ) à la faculté des sciences de l'université de Paris, et obtient le titre de professeur-adjoint en février 1900. En novembre 1897, il devient également suppléant de Maurice LÉVY à la chaire de mécanique analytique et mécanique céleste du Collège de France (à la suite de Paul PAINLEVÉ).



FIGURE 1 –  
*Jacques HADAMARD*

À la suite de l'affaire Dreyfus (la femme d'Alfred DREYFUS était la fille de David HADAMARD, un cousin d'Amédée HADAMARD, lui-même d'ascendance juive), il s'engagea politiquement dans la reconnaissance juive à partir de 1897.

En 1906, il devient président de la Société mathématique de France. En 1909, il obtient la chaire de mécanique analytique et mécanique céleste au Collège de France. Trois ans plus tard, il succède à Henri POINCARÉ à l'Académie des sciences et à Camille JORDAN à l'École polytechnique. En 1920, il crée le séminaire «Analyse de mémoires», dit «séminaire Hadamard»,

premier séminaire de mathématiques à Paris. En 1920, il devient également professeur à l'École Centrale Paris. Il fut aussi Président d'honneur de l'Union rationaliste de France.

En 1940, il a fui l'occupation avec sa famille grâce à Varian FRY et s'est installé aux États-Unis. À la fin de la guerre, il revint s'installer à Paris. Il reçoit en 1956 la médaille d'or du CNRS pour l'ensemble de son œuvre.

## 2 Postérité scientifique

Son résultat le plus célèbre est la preuve obtenue en 1896 du **théorème des nombres premiers** (démontré indépendamment la même année par Charles-Jean de LA VALLÉE POUSSIN). Il a aussi établi la notion de problème bien posé dans le domaine des équations différentielles. Il a laissé son nom aux matrices de Hadamard utilisées dans la transformée de Hadamard, dont le champ d'application est vaste : algorithmes quantiques, traitement du signal, compression de données, etc. ainsi qu'au développement d'une fonction méromorphe en produit de Hadamard, au produit de Hadamard de deux séries et aux variétés de Hadamard. La pseudo-transformation de Hadamard est également utilisée en cryptographie.

## 3 Les matrices de Hadamard

Une matrice de Hadamard est une matrice carrée dont les coefficients sont tous 1 ou  $\sim 1$  et dont les lignes sont toutes orthogonales deux à deux. Le nom retenu pour ces matrices rend hommage à Jacques HADAMARD, même si les premiers exemples systématiques sont dus à James Joseph SYLVESTER.

**Exemples :**

$$H_1 = (1), \quad H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad H_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Ordres possibles :**

- L'ordre d'une matrice de Hadamard est nécessairement 1, 2 ou un multiple de 4.
- *Construction de Sylvester* : si  $H$  est une matrice de Hadamard, alors la matrice

$$H \otimes H = \begin{pmatrix} H & H \\ H & -H \end{pmatrix} \text{ est une matrice de Hadamard d'ordre } 2n.$$

- On en déduit par récurrence l'existence de matrices de Hadamard d'ordre  $2^n$ .
- *Théorème de Paley* : Pour tout entier  $n > 0$  multiple de 4, si  $n - 1$  ou  $n/2 - 1$  est une puissance d'un nombre premier, alors il existe une matrice de Hadamard d'ordre  $n$ .
- *Conjecture de Hadamard* : Pour tout entier  $n > 0$  multiple de 4, il existe une matrice de Hadamard d'ordre  $n$ .

## Sources

1. L'article **Jacques Hadamard** de **Wikipédia en français**(Soumis à la licence **CC-BY-SA**).
2. L'article **Matrice de Hadamard** de **Wikipédia en français**(Soumis à la licence **CC-BY-SA**).